

為甚麼每天有兩次漲潮？

前言

潮汐、一個大家熟悉的自然現象。簡單來說，

1. 它由萬有引力引起。
2. 月球和太陽的引力都會影響地球海洋的潮汐，但月球的影響較大。

月球、地球和太陽成一直線時出現大潮。在其他時候，太陽和月球的引力部份抵消，所以潮汐較小。

3. 一天出現兩次漲潮。

以月球引起的潮汐為例，其引力在地球面向(A)和背向(B)它兩處地方都造成高水位。地球自轉，地面每一地方在一天之內都會先後經過 A 和 B，所以每天出現兩次漲潮。



最令人困惑的是為甚麼在背向月球的地方(B)，引力會把海水拉高？

在面向的那處(A)，月球的引力把水拉高，大家都感覺這說法很「合理」。大惑不解的是其後面 B，海水被月球吸力應該拉向海底，但居然又可把海水拉高？常見的解釋是 (i) 因地球轉動，B 位置水面隆起是由離心力引起，或 (ii) 在 B 處，無疑月球的吸力是向著

地下，但拿它跟月球與地球中心的吸力比較，它比較弱。所以相對地球中心，B 處的月球引力變成向外，所以水面隆起。

這兩套說法實在不讓人明白甚麼。

本文目的是用高中物理去說明 A 和 B 兩處出現漲潮的原因。

本文會循 (1) 向心力, (2) 自由下跌和 (3) 離心力 這三個概念作出三個獨立解釋。這三個解釋本質上沒有分別，只是事實的不同表述而已。

1. 以「向心力」解釋

1.1 圓周運動 (circular motion) 和向心力(centripetal force)

要物體作圓周運動，它必先受一淨力作用才可，計算此力的公式是

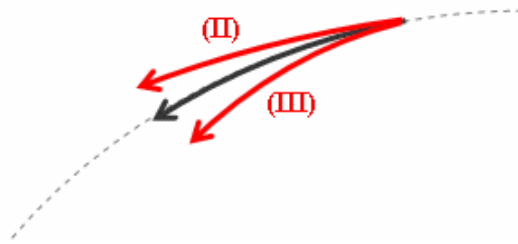
$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r \quad \text{-----(1)}$$

其中 m 是物件的質量、 v 是沿周界運動的速率、 r 是圓的半徑和 ω 是角速度（即一秒轉的角度； $v = \omega r$ ）。式 (1) 的 F 就是向心力，不是說圓周運動會產生一個叫做「向心力」的力。而式 (1) 告訴我們這樣的一個概念：若你要物質 m ，沿著一個半徑為 r 的周界，以 v 的速度行走，你必先給它一個力才行。這個力可以是引力，可以是電磁力，可以是法向力，可以是摩擦 等等，亦可以是這些力的合力。因為這個力必定指向圓的圓心，我們稱這個製造加速的合力為「向心力」。這個力應該是甚麼數值，那就是從式 (1) 求得

的數值。

但「希望」與「實際」不一定相符。若該物體在真實環境中取不到式 (1) 所要求的那個值，那又如何？

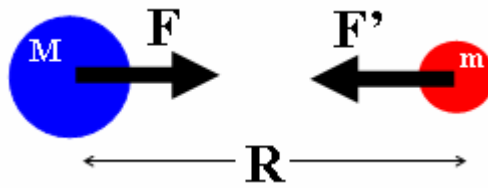
(i) 物體當然跟不上半徑為 r 的圓走。根據牛頓第一定律，若物體不受任何力作用，它會沿直線勻速行走。物體的「本性」是直線運動，是向心力把它運動的方向不斷作出改變。要作預定的彎曲轉向，就需一個剛好的力。給不了這個力，物體當然作不成那預定彎曲轉向。



(ii) 若真實的力比式 (1) 要求的值小，物體會飛出圓外（上圖的 II）。這是慣性的結果。不足夠的力，結果是不足夠的彎曲，即是飛出圈外！

(iii) 若真實的力比式 (1) 要求的值大(上圖的 III)。物體會彎入圓內。過大的力，當然產生過大的彎曲。

1.2 萬有引力 (Universal gravitational force)



兩球體中心相距 r ，質量分別是 M 和 m 。它們互相吸引對方的萬有引力

$$F = G \frac{Mm}{R^2} \text{ ----- (2)}$$

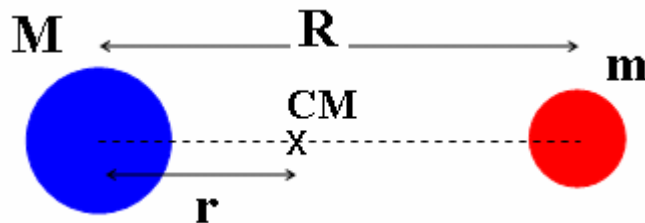
其中 G 是引力常數。上圖 F 和 F' 是牛頓第三定律所說的作用力與反作用力關係。

1.3 以「萬有引力」為「向心力」的天體運動

地球繞太陽轉、月球繞地球轉 ... 等這些天體運動約是圓周運動，而所需的向心力就是來自萬有引力。

要留意的一點是譬如月球繞地球轉動，同時地球亦是繞著月球轉動著；

正確的說法是月球和地球都繞著它們的質心 (centre of mass) 旋轉。



質心 (CM) 的位置在兩球體中心連線之上及上圖 $r = \frac{mR}{M+m}$ 。

1.4 為甚麼面向和背向月球兩邊都有漲潮？

這問題的解答重點是

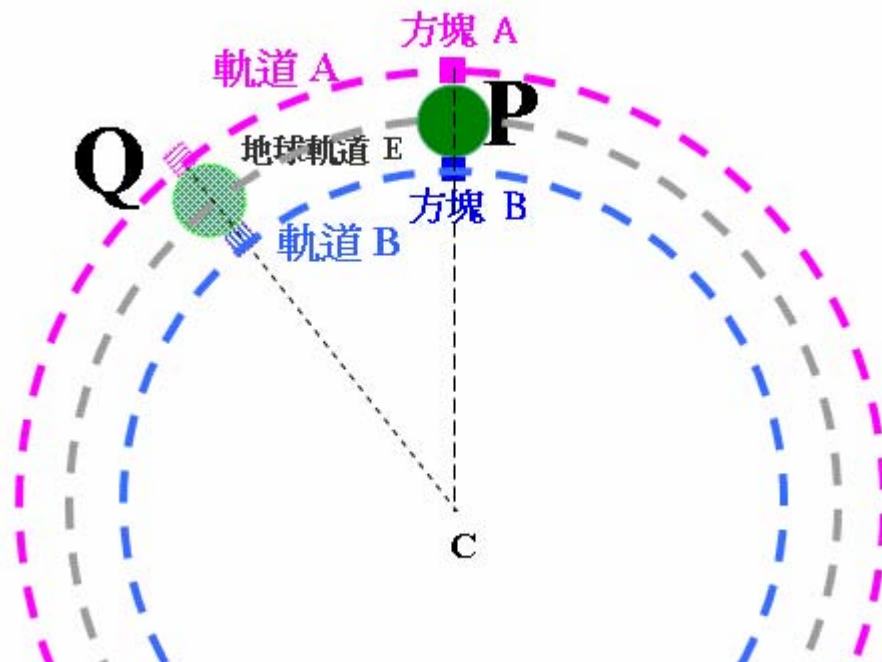
地球和放在它表面的物體一起繞圓心旋轉，大家的 ω 相同。

向心力是 $m\omega^2 r$ ，即是越外出的東西所**要求**的向心力就越大；

但萬有引力是距離的平方反比，即是越外出的東西所**取得**的

引力就越小。

為方便明白，我們假設在地球表面放了兩個方塊：方塊 B 面向月球，方塊 A 背向月球。圖中的 C 是地球和月球的質心，亦是地球繞月球轉動的中心。



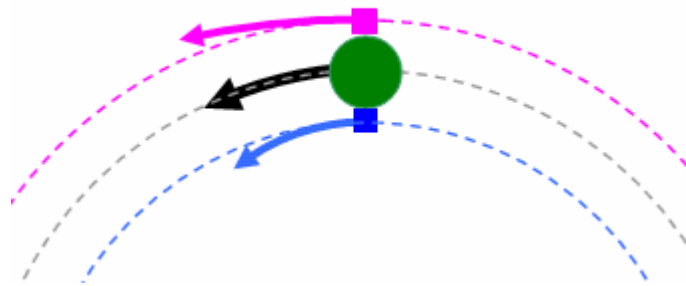
想像地球和方塊 A、B 處於位置 P，若地球以 ω 行地球軌道 E，方塊 A 以 ω 行軌道 A，方塊 B 以 ω 行軌道 B，那麼 A、B 就可緊貼地球到達位置 Q。

向心力是 $m\omega^2 r$ ，在相同 m 和 ω 之下，處於位置 A 的物體比放在地球中心

時應有較大的向心力,而處於位置 B 的物體比放在地球中心時應有較小的向心力。

但實際情況剛相反,地球是賴以月球施於它的萬有引力作向心力來繞 C 轉動。向心力隨距離增加而減少,是距離的平方反比。

換句話說,方塊 A 實際取得的力是小於它如果行軌道 A 應受的力;方塊 B 實際取得的力是大於它如果行軌道 B 應受的力。結果呢?就是 1.1 所描述的 (ii) 和 (iii) 那樣。方塊 A 會行一條比軌跡 A 直的路徑,則方塊 B 行一條比軌跡 B 彎曲的路徑。



相對地球,方塊 A 和 B 企圖升高並離開地面。方塊 A 和 B 沒有真的離開地面,仍因為地球也施於它們引力,亦即是物體自己的重量。重量遠大於「企圖升高的力」(引潮力),但無論如何,方塊施於地面的壓力因有這升高企圖而減少。方塊如是,流動的水也如是;海底的水壓減少,兩側的海水涌入,形成高水位,這就是漲潮。

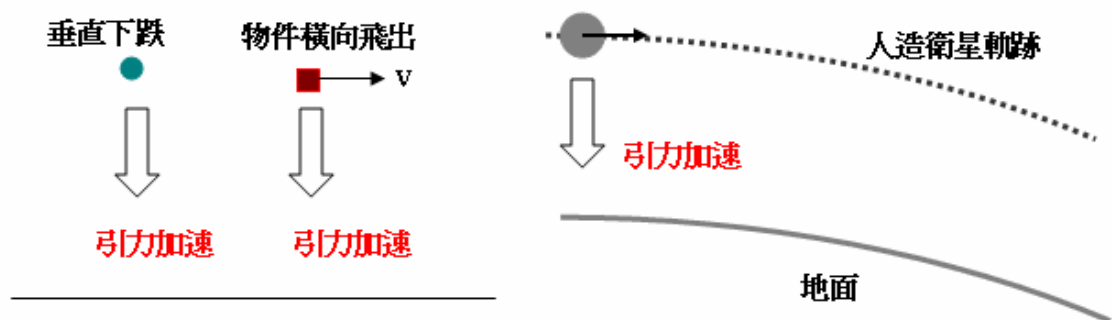
2. 以「自由下跌」解釋

2.1 甚麼是自由下跌 (free fall) ?

我們拿著東西，然後在空中放手。東西受地心吸力作用，下墜時勻加速。

此運動稱為自由落體運動。

人造衛星繞地球旋轉、地球繞太陽公轉等等天體運動，其實也是進行自由落體運動！是嗎？石子下墜會撞向地面，但不見得地球會撞向太陽？



上圖全部都是自由下跌運動。石子垂直下墜是、把足球踢上半空，足球在空中的拋物體運動是、繞地球轉的人造衛星也是，因為它們的加速度全部都是來自引力，是大家熟悉的那個引力加速度 g 。

人造衛星不會撞向地面，是因為它在軌道上有一個適當的速度，可令它下跌時亦向前飛行；飛行距離和下跌高度，完全配合地面因「地球是圓」的下跌幅度。

在一個下墜的升降機，乘客會感覺失重；太空人在軌道上的穿梭機亦感覺失重，因為大家都是自由落體。

2.2 一個假想實驗

在離地面 1000 km、2000 km 和 3000 km 的高度分別放三石塊。一聲令下，三石塊一齊跌下。它們之間的距離會否改變（忽略空氣阻力）？

答案是三者距離會增大，因為它們的引力加速度不相同。引力加速度來自引力，亦是距離的平方反比定律。放在 1000 km 處石塊的引力加速度最大、放在 2000 km 處的次之、放在 3000 km 處的則最小。雖然下跌時加速度亦隨高度減少而增加，但它們大小次序始終不變。經過同一時間，加速度最大(最小)的下跌高度當然是最長(最短)。以中間的石塊望去，其餘的兩塊都會遠它而去。

2.2 面向和背向月球的物體均企圖遠離地球

地球繞地月的質心轉運是自由落體。想像如 1.4 般放置二個方塊在地球表面。方塊跟隨地球作自由落體運動。結果如何？情況就如 2.2 描述的共同：地球和方塊會逐一分離（若物體沒有重量的話）。

上下方塊和地球不是緊緊貼著嗎？為何它們的加速度會不同？是的，是緊貼在一起，但地球是龐然大物，它的半徑約是 6000 km，我們說地球的引力加速度，應該是說對它整個球體作平均的引力加速度，亦即是在它中心點的引力加速度。上、下方塊和夾在中間的地球像是分隔了 6000 km 的三個細小物體。

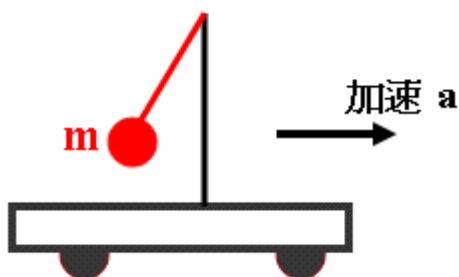
由升高企圖而至造成漲潮，情況就如 1.4 所述相同。

3. 以「離心力」解釋

3.1 甚麼是離心力 (centrifugal force) ?

離心力是一個假力 (pseudo-force, fictitious force, inertial force) , 是在非慣性參考系中引入, 令牛頓定律仍然成立。

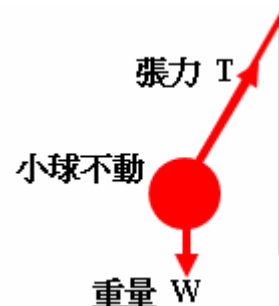
舉下例說明甚麼是假力 :



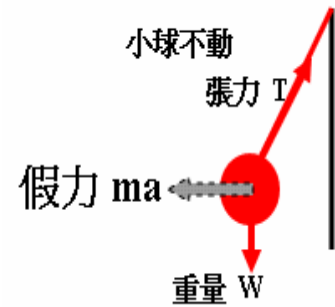
上圖的小車向前加速, 車上掛在竿上的小球向後傾。從路上的行人會這樣分析: 小球傾後, 以令繩上的張力有一向前的分力 (component) , 就是這水平分力使小球可以和小車一齊向前加速。

但站在小車的乘客會看見甚麼? (小車在加速當中, 小車就是一個非慣性參考系, 以這樣的一個非慣性參考系看見的世界, 是不符合牛頓定律。)

站在小車的乘客看見一支不動的竿, 上面掛著一個不動的小球, 但這個球向後傾, 奇怪的是作用於這小球的力只是向下的重量和沿繩子而上的張力。



這明顯不合牛頓力學。為了「挽救」牛頓力學，我們引入假力。小車的加速度是向前的 a ，小球的質量是 m ，我們想像小球有多一個力作用於它，是一個向後，數值為 ma 的力。這個力是虛假的，是沒有反作用力的。



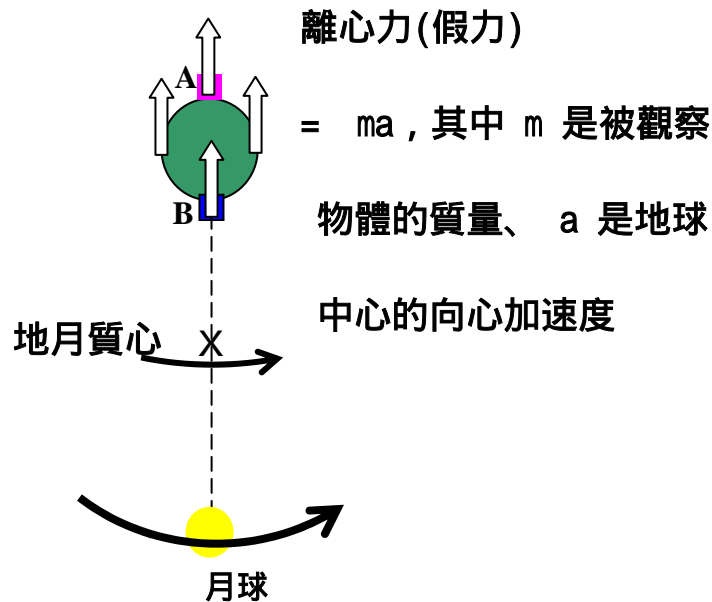
如此般，重量、張力和這個假力互相平衡抵消，完全是牛頓力學說的那套。

若站在一個加速度為 a 的物件上觀看，這世界不滿足牛頓力學。若要滿足牛頓力學定律，就要把看見的東西多加一個假力作用：這個力的數值是 ma ，其中 m 是被觀察體物體的質量、這個力的方向與 a 相反。

若站在一個向心加速的非慣性參考系來觀察事物，引入的假力就稱為離心力。

3.2 地球繞地月質心轉動的離心力

地球繞地月質心轉動是加速運動，所以當我們站在地球來描述事物，照理就要引入對應的離心力。



3.3 解釋並推導引潮力

地球的向心加速

$$a = \omega^2 r = \frac{GM}{R^2}$$

其中 r 是地球與地月系統的質心距離。 R 是地球與月球之間的距離。

$r < R$ 。 面向月球的方塊 B 的月球引力是 $F_B = G \frac{Mm}{(R - b)^2}$

背向月球的木塊 A 的月球引力是 $F_A = G \frac{Mm}{(R + b)^2}$

其中 m 是方塊的質量、 M 是月球的質量、 b 是地球半徑。

另外、作用於 A 和 B 的離心力是 $F' = ma = G \frac{Mm}{R^2}$ 。

所以在地球觀察背向月球的方塊 A:

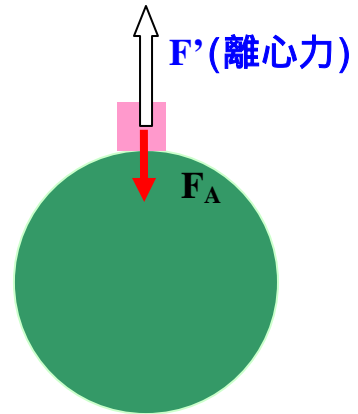
$$F' > F_A$$

$$\text{淨力} = F' - F_B$$

$$= GMm \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{(R+b)^2} \right)$$

$$\approx 2GMm \left(\frac{b}{R^3} \right) \text{ (向外)}$$

$$\text{[展開 } \frac{1}{(R+b)^2} \approx \frac{1}{R^2} \left(1 - \frac{2b}{R} \right)]$$



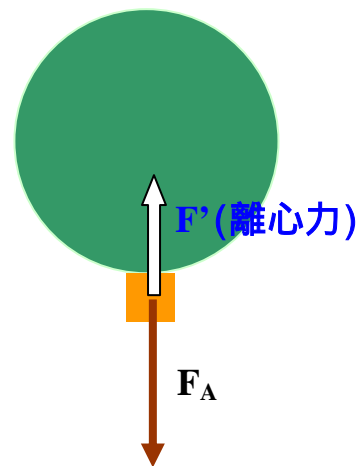
在地球觀察面向月球的方塊 B:

$$F_B > F'$$

$$\text{淨力} = F_B - F'$$

$$= GMm \left(\frac{1}{(R-b)^2} - \frac{1}{R^2} \right)$$

$$\approx 2GMm \left(\frac{b}{R^3} \right) \text{ (向外)}$$



面向和背向月球的方塊都是被向外拋出，其數值也是一樣。

對 1 kg 物體的引潮力

$$= 2GM \left(\frac{b}{R^3} \right)$$

3.3 數值

數據：

$$\text{引力常數 } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{太陽質量} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$\text{太陽—地球距離} = 1.49 \times 10^{11} \text{ m.}$$

$$\text{地球質量} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{地球半徑} = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{月球質量} = 7.36 \times 10^{22} \text{ kg}$$

$$\text{月球—地球距離} = 3.88 \times 10^8 \text{ m}$$

太陽—地球系統的質心 = 在太陽與地球中心的連線上，離開太陽中心約
450km 遠處

地球—月球系統的質心 = 在地球與月球中心的連線上，離開地球中心約
3500m 遠處

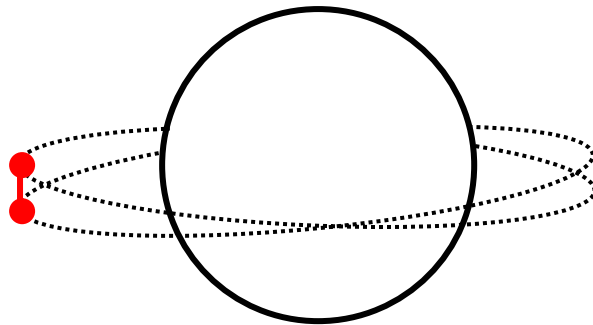
$$\begin{aligned} \text{太陽產生的引潮力} &= \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 1.99 \times 10^{30} \times 6.37 \times 10^6}{(1.49 \times 10^{11})^3} \\ &= 5.1 \times 10^{-7} \text{ Nkg}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{月球產生的引潮力} &= \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 7.36 \times 10^{22} \times 6.37 \times 10^6}{(3.88 \times 10^8)^3} \\ &= 1.1 \times 10^{-6} \text{ Nkg}^{-1} \end{aligned}$$

月球產生的引潮力大約是太陽的 2.2 倍。

4 補充

- 4.1 無論是地球—月球系統，或是地球—太陽系統的質心都是固定點。站在質心來觀察，沒有離心力，因為它不是非慣性參考系。
- 4.2 解釋潮汐不涉及地球自轉(周期一日)的離心力。
- 4.3 潮汐除了本文提及的引潮力外，還有就是在低潮區域，可能存在多一個向下壓的力。下圖可幫助解釋：



因引力必指向中心，所以兩個相同半徑的軌道不可能平行，圖中啞鈴狀物體在軌道上運行，兩端的質量若自由運行，它們就會行走兩個有交點的不同軌道。現在有一杆支連接它們，使它們總是平行向前行走。但這兩個物體無時無刻都企圖接近對方。這即是兩個物體都受一壓入的力作用。

面向和背向月球的區域產生漲潮；在啞鈴狀物體的區域則是低潮。

5

參考

1. M. Sawicki, “Myths about gravity and tides,” *Phys Teach.*, 37, 438-441(Oct. 1999)
2. B. Schutz, *Gravity from the ground up* (Cambridge, 2003)

吳老師 (Chiu-king NG)

30/3/2006 (初稿) 22/12/2006 (修改)

