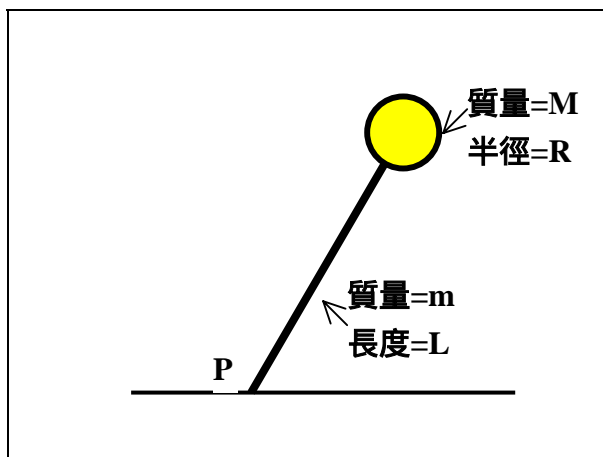


我們用以下的模型來作說明：



物體對 P 點的轉動慣性是

$$I = \frac{1}{3} mL^2 + \frac{2}{5} MR^2 + M(L + R)^2$$

物體的質心離 P 的距離

$$d = \frac{m \frac{L}{2} + M(L + R)}{m + M}$$

所以物體的重量對 P 點造成的力矩 (moment) 是

$$\tau = (m + M)gd \sin \theta = \left[\frac{mL}{2} + M(L + R) \right] g \sin \theta$$

其中 θ 是棒與垂直的夾角。

角加速度 (angular acceleration)

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{1}{L} \left(\frac{\frac{m}{2} + M(1 + \frac{R}{L})}{\frac{m}{3} + \frac{2}{5}M(\frac{R}{L})^2 + M(1 + \frac{R}{L})^2} g \sin \theta \right)$$

討論：

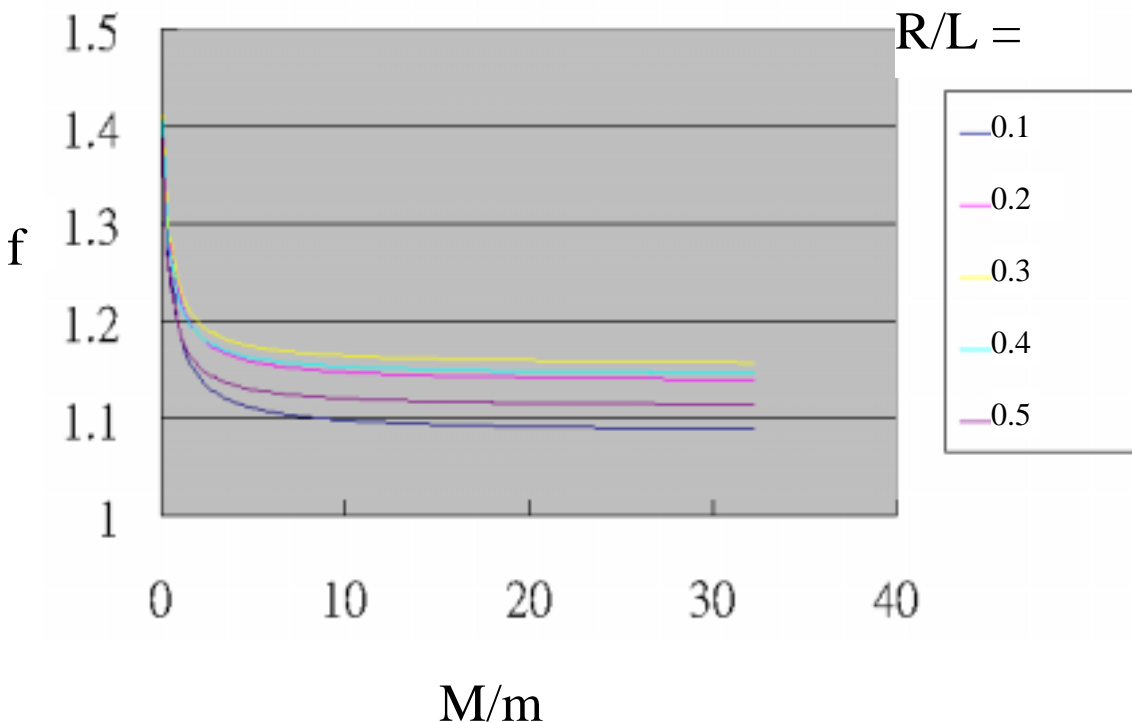
1. 當 L 趨向無限時, α 趨向零, 那時, 我們就有足夠時間去做矯正, 回復平衡。
2. 若 $R \ll L$, 我們捨去 R/L 和它的高階項;

$$\alpha \approx \frac{1}{L} \left(\frac{\frac{m}{2} + M}{\frac{m}{3} + M} \right) g \sin \theta$$

- 若 $m \gg M$, $\alpha \approx \frac{3}{2L} g \sin \theta$

- 但若 $M \gg m$, $\alpha \approx \frac{1}{L} g \sin \theta$ 。

3. 下圖是因子 $f = \left(\frac{\frac{m}{2} + M(1 + \frac{R}{L})}{\frac{m}{3} + \frac{2}{5}M(\frac{R}{L})^2 + M(1 + \frac{R}{L})^2} \right)$ 與 M/m 的關係。



縱觀以上各點，要令棒子穩定，方法是

1. 棒要盡量長；
2. 在棒尖放一個比棒重很多的物體。

但相比之下，(1) 較 (2) 重要。