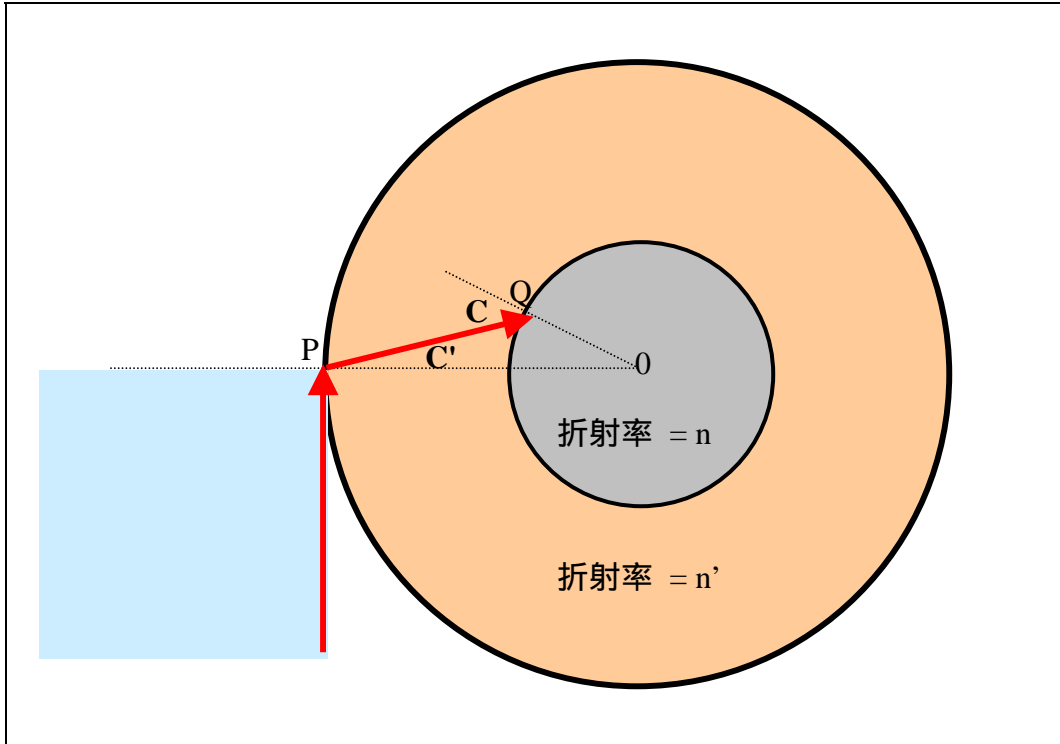


一條以折射率為 n' 的玻璃製成的毛細管內盛裝一折射率為 n ($n < n'$) 的液體。毛細管的外半徑為 R ，問它的內半徑 r 最小是多少，才令所有射向毛細管的光線均可進入液體？

[問題源自 The Physics Teacher, 41,187(Mar. 2003)]

(I) 考慮毛細管的橫切面。光線如紅箭矢射進玻璃管



因圖形對稱，只要考慮光線射到 P 的情況，即可考慮周界上任何點了。
 亦因上、下對稱，只要考慮光線從藍色的範圍射到 P 就可以了。
 只要圖中的紅色光線都可以進入中心的液體部份，其他的光線必然可以了。
 圖中題示的就是那紅色光線剛可進入中心的液體部份，其中 C' 是玻璃 -- 空氣界面的臨界角； C 是玻璃 -- 液體界面的臨界角。

$$\sin C' = \frac{1}{n'} \dots\dots\dots(1)$$

$$\sin C = \frac{n}{n'} \dots\dots\dots(2)$$

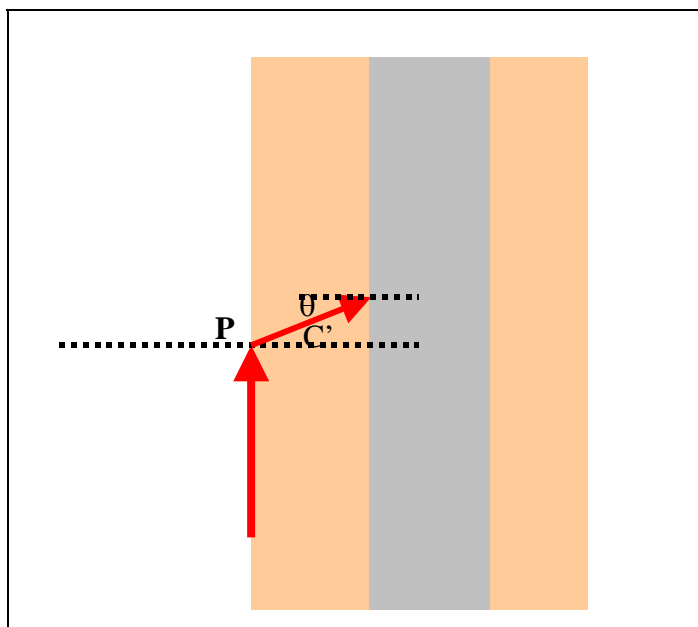
毛細管的外半徑是 R ，內半徑是 r
 圖中 $OP = R$, $OQ = r$

運用 Sine Law 於 ΔOPQ

$$\frac{\sin C'}{r} = \frac{\sin C}{R} \dots\dots\dots(3)$$

代 (1), (2) 入 (3) , 得 $r = \frac{R}{n}$

(II) 考慮毛細管直立。光線如紅箭矢射進玻璃管



圖中 $\theta = C'$ 。 因 $C > C'$, 所以 $\theta < C$, 所以紅光必可進入中心液體部份。所有射到 P 點的光亦如是。

基於以上考慮，所有光線均可射進中心液體時的最小管內半徑是 $r = R/n$ 。

注意的是答案與 n' 無關 (唯一條件只是 $n' > n$) 。

+++++

以上問題雖源自 The Physics Teacher, 但解答由我本人預備。若分析中有任何錯誤，實與 The Physics Teacher 無關。

C.K.Ng