

**動量守恆與牛頓第三定律**

中學物理課本多以牛頓第三定律去證明動量守恆(conservation of momentum)定律,方法如下:假設一封閉系統,內有三個物體A、B 和C。此系統不受任何外力作用,所以,要考慮的力只

是它們互相之間的作用力。我們用  $\vec{F}_{AB}$  代表物體 A 作用於物體 B 的力,餘此類推。

應用牛頓第二定律於物體A

$$\vec{F}_{BA} + \vec{F}_{CA} = \frac{d}{dt}(m_A \vec{v}_A) \dots\dots\dots(1)$$

應用牛頓第二定律於物體B

$$\vec{F}_{AB} + \vec{F}_{CB} = \frac{d}{dt}(m_B \vec{v}_B) \dots\dots\dots(2)$$

應用牛頓第二定律於物體C

$$\vec{F}_{BC} + \vec{F}_{AC} = \frac{d}{dt}(m_C \vec{v}_C) \dots\dots\dots(3)$$

$$(1) + (2) + (3)$$

$$(\vec{F}_{BA} + \vec{F}_{AB}) + (\vec{F}_{AC} + \vec{F}_{CA}) + (\vec{F}_{BC} + \vec{F}_{CB}) = \frac{d}{dt}(m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B + m_C \vec{v}_C) \dots\dots(4)$$

根據牛頓第三定律, A 作用於B 的力是與 B 作用於A 的力的大小相同、方向相反。所以,式(4)左邊的每一個括號內的兩個力抵消。所以,

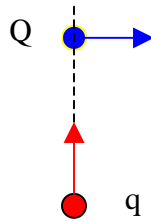
$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B + m_C \vec{v}_C = \text{常矢量}$$

將討論擴展至 n 個物體,此為之動量守恆定律。

但以上只證明若牛頓第三定律成立,動量守恆定律也必然成立。問題是**牛頓第三定律真是牢不可破嗎? 答案是:『不是』**。下頁是眾多例子中的一個。

一個牛頓第三定律不成立的例子

考慮右圖



圖中 q 和 Q 是兩粒如箭矢所示方向走動著的正電荷。

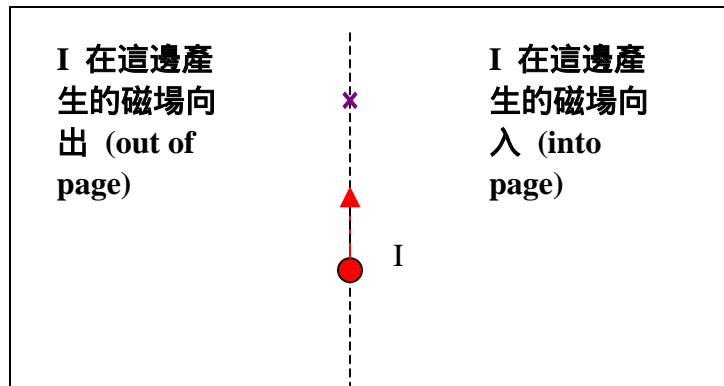
Q 在 q 的地方產生一垂直於圖平面向入的磁場 (想像一如 Q 走動方向相同的電流所產生的磁場)。

q 的電荷與 Q 產生在該處的磁場發生作用，令 q 受磁力作用。此磁力的方向是向左

$$(\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B})$$

但奇怪的是，q 在 Q 的地方不產生磁場。這點先要作一些解釋，

- (1) 若果你熟悉 Biot-Savart law (註一)，你可以容易明白。
- (2) 若你不熟悉 Biot-Savart law，可用以下的推論。



電荷走動，一如在該處存在電流。在上圖電荷走動方向的左側，磁場是垂直圖的平面向出；但在它的右側，磁場是垂直圖的平面向入。x 是處於左右的中間，磁場方向從向入過渡到向出，此地方的磁場只有兩個可能性：

1. 無限大 (不定義)，情況一如  $\tan$  從第一象限過渡到第二象限般，或
2. 零，情況一如  $\tan$  從第二象限過渡到第三象限般。

但 1. 是不合理的，因為當 x 離開粒子很遠時，受它的影響不可能是無限大的。所以唯一的可能是在該處的磁場是零 (註二)。

既然  $q$  在  $Q$  的地方不產生磁場，所以  $Q$  此刻不受磁力作用。

$q$  受由  $Q$  產生的磁力作用(向左)，但  $Q$  不受由  $q$  產生的磁力，是故作用力並不等於反作用力。

牛頓第三定律不成立的例子多的是\*。但是，到今天為止，物理學家仍未找到一個情況(宏觀或微觀)動量是不守恆的。

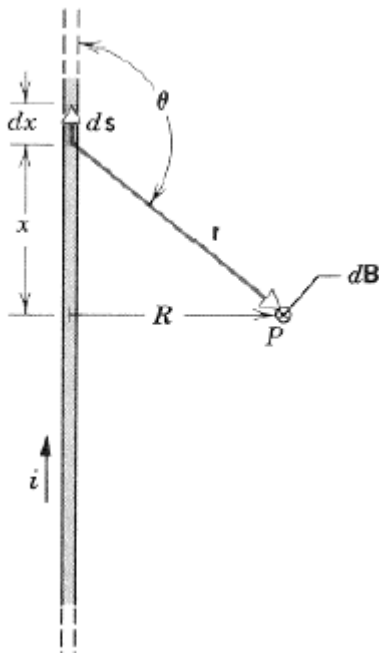
事實上，動量守恆是比牛頓第三定律更基本的基本定律。它是物理學的數大基柱之一(物理學的基柱是由若干條守恆定律組成，你可以數出多少條呢?)

其實，動量守恆定律不能夠由其他定律推導出。

\* 兩粒電荷作任意的相對運動，牛頓第三定律多時是不成立的；但動量仍然守恆，關鍵的地方是除了電荷自己運動時所攜帶的動量外，「伴隨」它們而行的電磁場也攜帶動量。動量守恆是指整個系統的總動量。

註一

註一：甚麼是 Biot-Savart Law ?



電流  $i$  的其中一小部份 (其方向用  $d\vec{S}$  表示) 在  $P$  點所產生的磁場是

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i d\vec{S} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

- 若  $P$  點處於電線上一點 (即  $R = 0$ ，但此點須在  $d\vec{S}$  外，所以  $r \neq 0$ )， $\theta = 0$  或  $180^\circ$ ，故  $d\vec{B} = 0$ 。
- 整條電流在  $P$  點的磁場可對上式積分求得。

註二：

有同學問由電流產生的磁場不是  $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ ，在電線上的點（圓心）是  $r = 0$ ， $B$  不就是無限大嗎？

對，不過大家要留意

- (1) 這公式只適用無限長的直電流。
- (2) 無限大磁場是由在該點的電流所引起。Biot-Savart law 中代  $r = 0$ ， $B$  無限大。
- (3) 現在，我們討論的是一粒電荷走動時，在它的速度的正前方或正後方的磁場。在哪些地方是沒有"電流"的。

