

功與能量

用手托著一本書，然後在書本沒有受淨力的情況下把它舉高（起初有一微小向上的淨力，在後段則有一微小的向下淨力，平均淨力是零。）

一位同學問：「淨力是零，即淨力作的功是零，但書本的勢能確是增加了，那豈不是物體的機械能在沒有作功下也可以改變？」

這位同學弄錯了甚麼？

這位同學沒有完全掌握功與能量的關係。

「功—能量」關係式有以下兩款常見形式

$$(I) \quad \mathbf{WD}_{\text{淨力}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

(a) 式(1)左方的 **WD** 是作用於物件的淨力 (net force) 所作的功。

(b) 式(1)中沒有出現引力勢能 mgh 。不是此式只適用水平移動，而是此式的對象系統只是該物件，而不包括引力場 系統的機械能就只有物體的動能；即是說，式(1)是沒有引入(或不需要)勢能這一概念。

(c) 式(1)的推導是由牛頓第二定律開始，

$$F = ma \quad (1.1)$$

將 (1.1) 對 x 積分，得 (1)。

若加速為勻加速，

$$v^2 = u^2 + 2ax \quad (1.2)$$

消去 (1.1) 和 (1.2) 的 a ，即可得 (1)。

「功—能量」關係的另一形式是

$$(II) \quad \mathbf{WD}_{\text{不包括引力}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 + mg\Delta h \quad \dots\dots(2)$$

(a) 式(2)左方的 \mathbf{WD} 是作用於物件，引力之外的其他力所作的功。

(b) 式(2)的對象系統是該物件和引力場。系統的機械能包括了物體的動能和引力勢能。

(c) 式(1)中左方的 \mathbf{WD} 是淨力作的功，把它拆為引力的功和非引力的功，把引力作的功搬到右方，就是式(2)的 $mg\Delta h$ ，所以

勢能的改變 = -引力作的功，或

勢能的改變 = 克服引力作的功。

(d) 只要某力是保守 [conservative force, 意謂其功與路徑無關 (path independent)] , 就可把它的功從式 (1) 的左方搬去右方, 從而定義這個保守力對應的勢能。

「功 = 動能改變 + 勢能改變」中的「功」並不包括引力作的功。

吳老師 (Chiu-king NG)